Variabilidade da inflação no Brasil: efeito do controle de preço e causalidade

Inflation variability in Brazil: the effect of price control and causality

DOI: 10.46814/lajdv2n6-014

Recebimento dos originais: 01/09/2020
Aceitação para publicação: 30/10/2020

Suzana Druck
Doutorado em Engenharia de Produção pelo Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Empresa Brasileira de Agropecuária - EMBRAPA, Rio de Janeiro RJ, Brasil

Sergio Ricardo dos Santos
Mestrado em Engenharia de Produção pelo Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rua Voluntários da Pátria 107, Rio de Janeiro RJ 22270-000, Brasil

Basílio de Bragança Pereira
Doutorado em Estatística pelo Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK.
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Av. Horácio de Macedo 2030, Bloco F, Sala 103, Rio de Janeiro RJ 21941-972, Brasil.
E-mail: basilio@hucff.ufrj.br

Edilson Fernandes de Arruda
Doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas, Campinas SP, Brasil.
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Av. Horácio de Macedo 2030, Bloco F, Sala 103, Rio de Janeiro RJ 21941-972.
E-mail:efarruda@pep.ufrj.br

RESUMO
Este artigo modela a variabilidade da inflação por meio de passeio aleatório paramétrico, utilizando um modelo autorregressivo integrado generalizado, condicionalmente heterocedástico. O gráfico de variância mostra o efeito de 5 (cinco) planos de estabilização no Brasil, que consistiam principalmente em controle de preços e de depósitos em bancos, com um atraso estimado de dois meses. Apresentam-se também os resultados de Geweke (1982) sobre a causalidade da variância de erros em relação à inflação, ao desemprego e ao índice de produção industrial nos domínios do tempo e da frequência.

Palavras-Chave: Passeio Aleatório, Heterocedasticidade, Variância, Causalidade, Inflação.

ABSTRACT
In this paper, we model inflation variability by means of a parametric random walk, using an integrated generalized autoregressive and conditionally heteroskedastic model. The error variance plot shows the effect of five Brazilian plans that aimed to stabilise prices, which consisted mainly of

the control of prices and bank deposits, at an approximate lag of two months. The paper also reports the results of Geweke (1982) regarding the causality of the error variance with respect to inflation, unemployment, and industrial production index. These results are reported both in the time domain and in the frequency domain.

Keywords: Random walk, heteroskedasticity, Variance, Causality, Inflation.

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, tem havido interesse considerável no relacionamento entre a taxa e a variabilidade da inflação. A variabilidade da inflação e seus efeitos na previsibilidade da taxa de inflação devem servir de base para políticas macroeconômicas, considerando que a inflação não prevista implica em custo considerável em termos de bem-estar.

A relação e os efeitos de taxas mais altas de inflação acompanhadas de aumento de variabilidade são analisadas nos discursos de Prêmio Nobel de Friedman(1977) e Okun (1971).

Estudos empíricos relacionando a taxa de inflação e sua variabilidade são: Logue & Willet (1976), Foster (1978), Pagan, Hall & Trived (1983), Chowdhury (1991,1993) and Emery (1993).

Algumas das conclusões desses trabalhos são:

i. Existe um forte relacionamento positivo entre a variabilidade e a imprevisibilidade da inflação e da de seu valor esperado (Logue & Willet, 1976 and Foster, 1978).
ii. A previsibilidade da inflação tende a ser maior ou a incerteza tende a ser menor para taxas de inflação cuja média se situa de 2 a 4 por cento ao ano (Logue & Willet, 1976 and Choudhury, 1991).
iii. A correlação positiva entre inflação e sua variabilidade é ainda maior durante o período de câmbio flutuante do que em período de câmbio fixo (Chowdhury, 1991).

Emery (1993) argumenta que o maior problema dessas abordagens empíricas é que as medidas de variância não diferenciam entre mudanças previsíveis e imprevisíveis na inflação. Isso não permite que a variância do erro, como medida de incerteza, varie com o tempo.

A fim de resolver essas deficiências, estudos recentes especificam modelos paramétricos de inflação que permitem que a variância do erro varie ao longo do tempo. A partir do modelo de Engle (1982), vários autores empregaram e generalizaram esse modelo (Engle, 1983, Engle & Kraft, 1983, Weiss, 1984, Bollerslev, 1986, Engle & Bollerslev, 1986, Chou, 1988, Nelson, 1990, Bollerslev et al. 1992, Gourieroux, 1992).

No presente artigo emprega-se um modelo RW-IGARCH(1,1) (do inglês *passeio aleatório - autorregressivo integrado generalizado condicionalmente* heterocedástico) para o processo inflacionário brasileiro. A sessão 2 apresenta a motivação e as razões para a escolha do modelo. Alguns aspectos dos dados de inflação no Brasil são apresentados na sessão 3. Na sessão 4 apresentam-se as estimativas dos parâmetros do modelo juntamente com a variabilidade estimada. Os efeitos do controle de preço podem ser claramente observados. Na sessão 5, são apresentados os resultados da causalidade de Geweke para variabilidade versus inflação, desemprego e produção industrial. A seguir o texto é concluído com algumas observações sobre os resultados obtidos.

2 ESTRATÉGIA DE MODELAGEM

O passeio aleatório foi motivado por considerações de Cardoso (1983) e Barbosa (1985) sobre um modelo paramétrica baseado na teoria econômica e por resultados empíricos de Foster (1978).

Inicialmente ajustou-se um modelo ARIMA(3,1,0).

$$\nabla I_t = \phi_0 + \phi_3 \nabla I_{t-3}$$

e um modelo bilinear (0,0,1,1)

$$\nabla I_t = \phi_0 + \Psi_1 \nabla I_{t-1} e_{t-1} + e_t$$

Com respeito à análise dos resíduos, quadráticos e absolutos, o teste de portmanteau para resíduos e resíduos quadráticos rejeitou a hipótese de independência de resíduos e o teste do multiplicados de Lagrange rejeitou a hipótese de heterocedasticidade para esses modelos.

A presença de heterodasticidade nos resíduos indica que intervalos de confiança para as autocorrelações de ∇I_t são inadequados e subestimam os valores verdadeiros. Portanto, há uma sobreparametrização do modelo ARMA (Weiss, 1984). Tais resultados nos levaram a tentar um passeio aleatório

$$I_t = \beta + I_{t-1} + e_t$$

Os testes de raízes unitárias de Phillips-Perron (1988) não rejeitaram essa hipótese, mas testes de diagnóstico novamente rejeitaram a hipótese de passeio aleatório devido à heterodasticidade.

Assim, optou-se por generalizar o modelo de passeio aleatório a ajustar um módulo RW-ARCH, RW-ARCH (MODULE) de Engle (1982) e um módulo RW-GARCH de Bollerslev, (1986).

As estimativas do modelo ARCH nãp satisfizeram as condições de estacionariedade. Assim, selecionou-se um modelo RW-GARCH(1,1) a partir do critério de parcimônia.

$$\nabla I_t = \beta + e_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

As estimativas sugeriram que $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, o que foi confirmado através de um teste-F. O modelo final será então um RW-IGARCH(1,1).

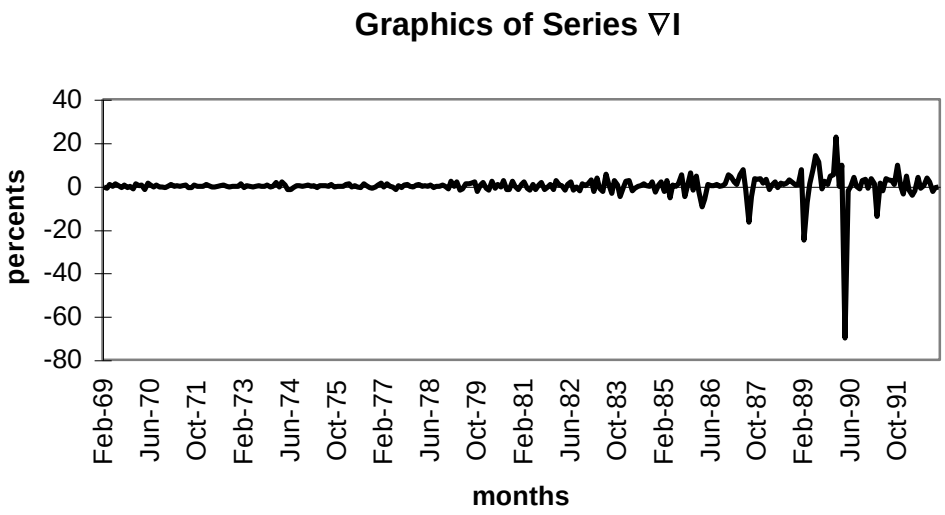
As estimativas foram obtidas usando um modelo (ARMA, Bilinear) não-linear de mínimos quadrados, as máximas verossimilhanças de Engle (1982) (ARCH) e de Berndt, Hall, Hall and Hausman (1974) (GARCH).

Para o modelo final, o teste de Hausman (1978) foi também utilizado e o modelo passou todos os testes de diagnóstico

3 CARACTERÍSTICAS DOS DADOS DE INFLAÇÃO NO BRASIL

A taxa de inflação I_t foi obtida como a primeira diferença de entradas do índice Geral de Preços mensal e é mostrada na figura 1. Pode-se observar um processo explosivo começando em 1985 e o impacto dos planos de estabilização de 1986 (Fev.), 1987 (Jun.), 1989 (Jan.), 1990 (Mar.) and 1991 (Fev.). O plano de 1990 foi um congelamento de todos os depósitos bancários.

Figura 1 – Evolução da série I_t



A tabela 1 mostra as medias e variâncias anuais de $\mathbf{I_t}$ e $\nabla\mathbf{I_t}$ para os anos 1969-1992. As médias de $\mathbf{I_t}$ apresentam aumentos constantes para o período e as variâncias apresentam aumento expressivo a partir de 1986, quando começou o controle de preços. Os valores de $\nabla\mathbf{I_t}$ mostram estabilidade, mas as variâncias ainda crescem, especialmente a partir de 1986;

Tabela 1 – Médias e variâncias anuais

	TI		∇TI	
Período	$\bar{x}_t$	σ_t^2	$\bar{x}_t$	σ_t^2
1969	1,483	0,394	-0,127	0,464
1970	1,475	0,382	0,033	0,664
1971	1,475	0,195	0,008	0,234
1972	1,225	0,155	-0,008	0,154
1973	1,200	0,060	0,033	0,175
1974	2,500	1,638	0,092	1,194
1975	2,167	0,082	0,000	0,127
1976	3,225	0,551	0,008	0,530
1977	2,783	0,925	-0,017	0,727
1978	2,900	0,315	-0,050	0,326
1979	4,900	2,604	0,483	2,662
1980	6,400	1,318	-0,117	2,916
1981	5,758	1,855	-0,175	1,906
1982	5,950	1,315	0,192	2,197
1983	9,942	6,181	0,125	9,935
1984	10,292	1,372	0,242	2,759
1985	10,625	7,380	0,225	12,446
1986	4,417	37,085	-0,467	16,595
1987	14,833	47,370	0,692	39,815
1988	22,517	16,369	1,083	1,871
1989	28,675	254,482	1,708	102,779
1990	28,333	802,482	-2,742	495,259
1991	15,958	49,019	0,467	31,299
1992	23,508	6,888	0,133	8,170

A tabela 2 mostra as variâncias de $\mathbf{I_t}$ sua diferença sugere que devemos trabalhar com $\nabla\mathbf{I_t}$.

Table 2 - Statistics

SÉRIE	σ_y^2	SÉRIE	σ_y^2
TI	118.453291	OVER	185.393277
∇TI	29.719336	∇OVER	55.032533
∇^2TI	59.708542	∇^2OVER	91.635756
∇^3TI	180.000453	∇^3OVER	248.669657

4 MODELO PARA VARIABILIDADE DA INFLAÇÃO

Os modelos estimados e seus t-valores são

ARIMA- $$\nabla I_t = \underset{(0.44)}{0.155} - \underset{(-4.19)}{0.397}\nabla I_{t-3} + e_t \qquad R^2 = 0.06,\ \sigma_e^2 = 31.36$$

Bilinear- $$\nabla I_t = \underset{(0.09)}{0.033} + \underset{(-0.79)}{0.001}\nabla I_{t-1}e_{t-1} + e_t \qquad R^2 = 0.001,\ \sigma_e^2 = 33.17$$

RW- $$\nabla I_t = \underset{(0.03)}{0.03} + e_t \qquad \sigma_e^2 = 33.91$$

RW-ARCH (Module)- $$\nabla I_t = \underset{(0.23)}{0.029} + \left\{\underset{(0.23)}{0.001} + \underset{(4.75)}{1.300}\sum_{i=1}^{14}\frac{(15-i)}{86}|e_t|\right\}e_t \qquad R^2 = 0.87,\ \sigma_e^2 = 2.17$$

RW-GARCH- $$\nabla I_t = \underset{(0.35)}{0.029} + \left(\underset{(2.19)}{0.060} + \underset{(4.75)}{0.260}e_{t-1}^2 + \underset{(7.82)}{0.720}\sigma_{t-1}^2\right)^{1/2}e_t \qquad R^2 = 0.99,\ \sigma_e^2 = 1.65$$

A tabela 3 apresenta as medias, variâncias, e coeficientes de assimetria e curtose de $\mathbf{I_t}$, $\nabla\mathbf{I_t}$ e do resíduo de cada modelo.

Taebla 3 – Estatísticas da série e dos resíduos

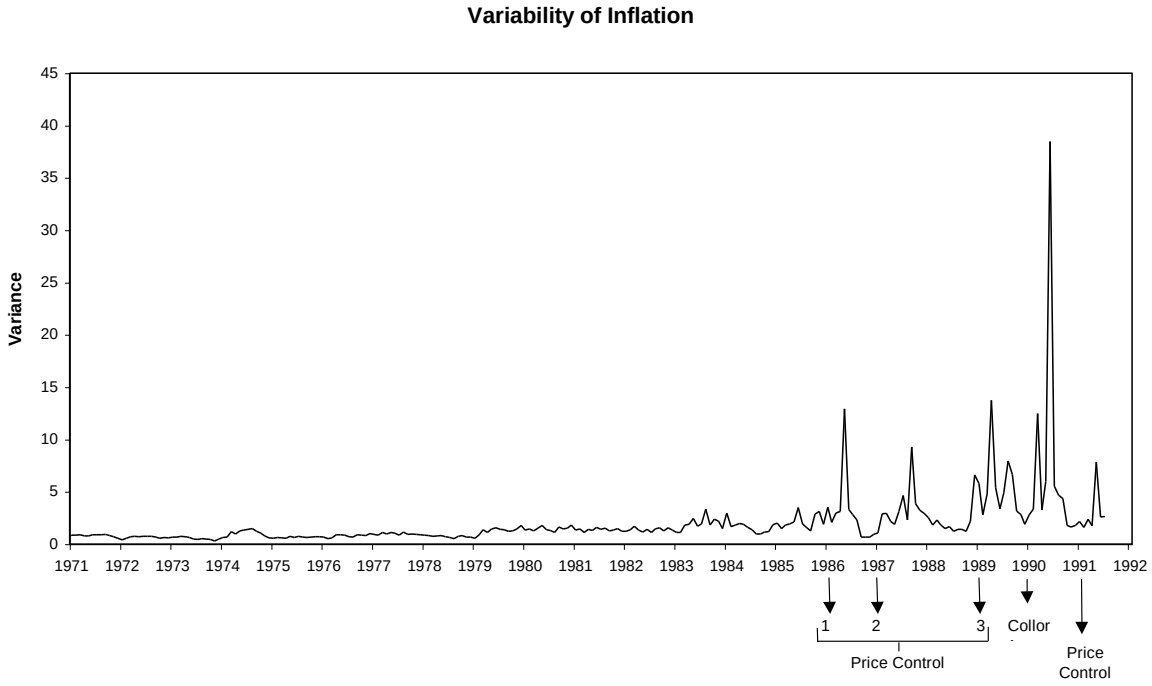
Estatísticas	I_t	∇I_t	ARIMA	Bilinear	RW-ARCH Modulo	RW-GARCH
$\bar{x}$	7.901	0.061	0.00	0.00	0.001	0.010
$\hat{\sigma}^2$	121.552	32.588	31.36	33.17	2.174	1.650
b	3.560	-7.451	-5.70	-7.40	0.523	-0.400
k	16.410	90.385	61.32	89.04	6.625	4.470

A tabela Table 4 e a Figure 2 mostram as estimativas de σ_t^2. Pode-se observar um aumento na variabilidade ou incerteza em torno de dois meses após cada plano. Nota-se que as estimativas são muito p´roximas dos valores na tabela 1, aqui reproduzidos.

Tabela 4 – Variâncias Anuais

	∇TI	
Período	σ_t^2	σ_t^2GARCH
1969	0,464	0,43
1970	0,664	0,61
1971	0,234	0,21
1972	0,154	0,14
1973	0,175	0,16
1974	1,194	1,09
1975	0,127	0,12
1976	0,530	0,49
1977	0,727	0,67
1978	0,326	0,30
1979	2,662	2,44
1980	2,916	2,67
1981	1,906	1,75
1982	2,197	2,01
1983	9,935	9,11
1984	2,759	2,53
1985	12,446	11,41
1986	16,595	15,21
1987	39,815	36,50
1988	1,871	1,71
1989	102,779	94,21
1990	495,259	453,99
1991	31.299	25,74
1992	8.170	14,14

Figura 2 – Variâncias Ajustadas



5 TESTES DE CAUSALIDADE

As relações entre a inflação e sua variabilidade, entre variabilidade e desemprego e entre variabilidade e índices de produção industrial foram primeiramente identificados por Friedman (1977) e Lucas (1973), o que sugeriu que os resultados tradicionais da curva de Phillips poderiam não explicar adequadamente esses relacionamentos em países com inflação alta e persistente, como o Brasil na época estudada.

As medidas de causalidade de Geweke (1982) são utilizadas para verificar esses relacionnamentos dado que esta também possui decomposição espectral. Os resultados teóricos estão resumidos no Apêndice.

Os testes foram aplicados nas séries $\sigma_t^2(\mathbf{I_t})$, variabilidade da inflação versus $\mathbf{I_t}$, índice de desemprego $\mathbf{U_t}$ e índice de produção industrial $\mathbf{P_t}$.

Para se obter estacionariedade nessas series e possibilitar a aplicação dos resultados de Geweke, utilizou-se as seguintes transformações:

$$\nabla \sigma_t^2 \text{ , } \nabla \mathbf{I_t} \text{ , } \nabla^{12}\nabla \mathbf{U_t} \text{ e } \nabla^{12}\nabla \mathbf{P_t}$$

As tabelas 5, 6 e 7 mostram os resultados do teste de Geweke para cada par de variáveis, assim como os valores de significância (**).

Table 5 - Variabilidade x Inflação

	Inflação→Volatilidade		Volatilidade→Inflação	
Período	$F_{infl.\rightarrow vol.}$	$\chi^2(p)$	$F_{infl.\rightarrow vol.}$	$\chi^2(p)$
69-77	0.226	5.84(15)	0.131	8.13(25)
69-78	0.223	18.48(15)	0.031	2.31(25)
69-79	0.343	30.94(20)	0.057	4.89(25)
69-80	1.546	42.67(25)**	0.042	4.11(25)
69-81	0.423	32.81(20)**	0.053	5.87(25)
69-82	0.401	35.11(30)**	0.000	
69-83	0.396	40.31(30)**	0.056	7.50(25)
69-84	0.416	43.89(30)**	0.259	37.90(25)**
69-85	0.356	60.83(30)**	0.379	57.93(25)**
69-86	0.581	75.44(40)**	0.689	99.98(45)**
69-87	0.678	102.29(45)**	0.659	103.53(45)**
69-88	0.714	122.61(50)**	0.730	123.45(50)**
69-89	0.832	130.59(50)**	0.741	121.68(50)**
69-90	1.511	285.55(50)**	1.634	276.91(50)**

Table 6 - Variabilidade x Desemprego

	Volatilidade→Desemprego		Desemprego→Volatilidade	
Período	$F_{vol.\rightarrow Unemp.}$	$\chi^2(p)$	$F_{Unemp.\rightarrow vol.}$	$\chi^2(p)$
80-90	1.34	98.78(30)**	1.24	97.16(35)**

Table 7 - Variability x Industrial Production

	Volatilidade→Produção Industrial		Produção Industrial →Volatilidade	
Período	$F_{infl.\rightarrow prod.}$	$\chi^2(p)$	$F_{infl.\rightarrow prod.}$	$\chi^2(p)$
70-84	0.123	13.78(30)	0.25	28.10(30)
70-85	0.066	8.24(35)	0.19	23.57(30)
70-86	0.178	23.57(35)	0.17	22.20(40)
70-87	0.131	11.44(35)	0.09	13.11(40)
70-88	0.144	22.48(35)	0.01	1.02(50)
70-89	0.149	24.44(35)	0.28	44.10(50)
70-90	0.392	70.33(30)**	0.22	32.86(60)

Verifica-se na tabela 5 uma causalidade unidirectional da inflação para a variabilidade da inflação e nota-se uma relação de realimentação entre essas variáveis a partir de 1984. O relacionamento de realimentação também está presente para variabilidade de inflação e desemprego no período de 1980 a 1990, como mostra a tabela 6.

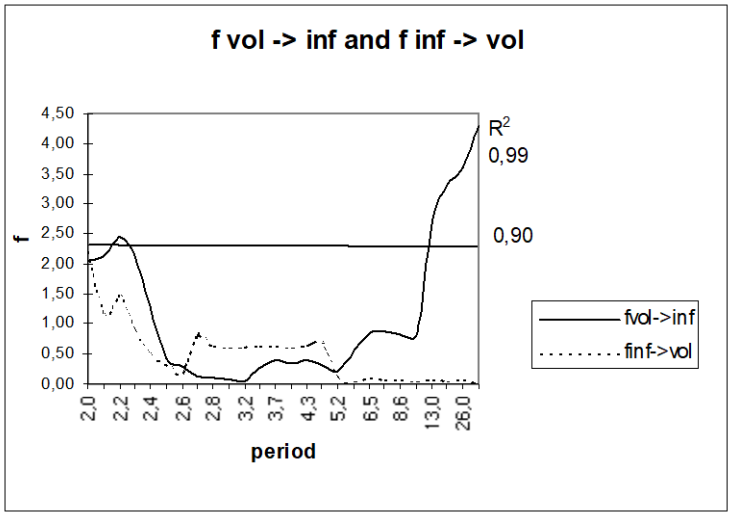
A tabela 7 mostra uma relação causal unidirectional da variabilidade de inflação para o índice de produção industrial.

A decomposição spectral das medidas de causalidade é apresentada nas tabelas Tables 8, 9, 10 e figuras 3, 4 e 5.

Table 8 - Spectral decomposition of causality: variability x inflation

Frequency(λ)	Period	$f_{vol \rightarrow infl.}(\lambda)$ (month)	$R^2(\lambda)$	$f_{inf \rightarrow vol.}(\lambda)$	$R^2(\lambda)$
0.50	2.0	2.055	0.87	2.184	0.88
0.48	2.1	2.138	0.88	1.134	0.67
0.46	2.2	2.443	0.91	1.476	0.77
0.44	2.3	2.149	0.83	0.871	0.58
0.42	2.4	1.287	0.72	0.469	0.37
0.40	2.5	0.421	0.34	0.342	0.29
0.38	2.6	0.284	0.25	0.183	0.17
0.36	2.7	0.143	0.13	0.831	0.56
0.34	2.8	0.097	0.10	0.642	0.47
0.32	3.0	0.069	0.01	0.613	0.46
0.30	3.2	0.049	0.05	0.625	0.46
0.28	3.4	0.259	0.23	0.644	0.47
0.26	3.7	0.388	0.32	0.644	0.47
0.25	4.0	0.348	0.29	0.603	0.45
0.23	4.3	0.403	0.33	0.643	0.47
0.21	4.7	0.308	0.26	0.694	0.5
0.19	5.2	0.211	0.20	0.070	0.07
0.17	5.7	0.564	0.43	0.049	0.05
0.15	6.5	0.862	0.57	0.114	0.11
0.13	7.4	0.889	0.58	0.075	0.07
0.11	8.6	0.818	0.56	0.074	0.07
0.10	10.4	0.810	0.55	0.064	0.07
0.08	13.0	2.705	0.93	0.089	0.08
0.06	17.3	3.313	0.96	0.064	0.07
0.04	26.0	3.588	0.97	0.084	0.08
0.02	52.0	4.278	0.98	0.018	0.00

Figure 3 - Measures f vol ->inf and f inf -> vol



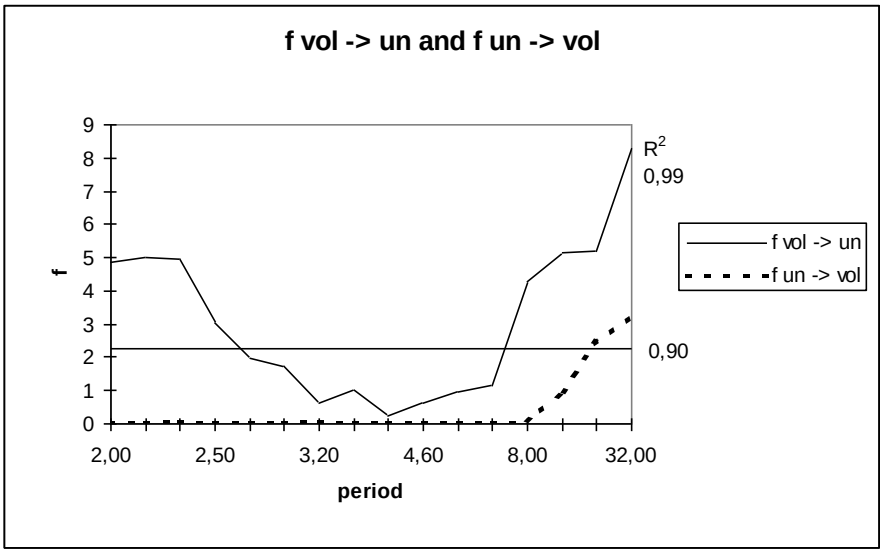
Pode-se verificar na tabela 8 e na figura 3 que a inflação causa variabilidade com maiores valores nas frequências de 0.5 a 0.46, o que corresponde a um período médio de dois meses e que a

variabilidade causa inflação por períodos mais longos que 13 meses, também em períodos aproximadamente bimestrais.

Table 9 - Spectral decomposition of causality: variability x unemployment

Frequency(λ)	Period	$f_{vol.\rightarrow un.}(\lambda)$ (month)	$R^2(\lambda)$	$f_{un.\rightarrow vol.}(\lambda)$	$R^2(\lambda)$
0.50	2.0	4.850	0.99	0.007	0.01
0.47	2.1	5.022	0.99	0.005	0.00
0.44	2.3	4.981	0.99	0.055	0.00
0.41	2.5	3.040	0.95	0.001	0.00
0.37	2.6	1.987	0.86	0.001	0.00
0.34	2.9	1.740	0.82	0.002	0.00
0.31	3.2	0.623	0.47	0.061	0.01
0.28	3.5	0.995	0.63	0.006	0.00
0.25	4.0	0.258	0.23	0.001	0.00
0.22	4.6	0.641	0.47	0.002	0.00
0.19	5.3	0.944	0.61	0.001	0.00
0.16	6.4	1.177	0.69	0.005	0.00
0.12	8.0	4.277	0.98	0.016	0.01
0.09	10.6	5.156	0.99	0.969	0.62
0.06	16.0	5.214	0.99	2.422	0.91
0.03	32.0	8.318	0.99	3.227	0.96

Figure 4 - Measures f vol -> un and f un -> vol

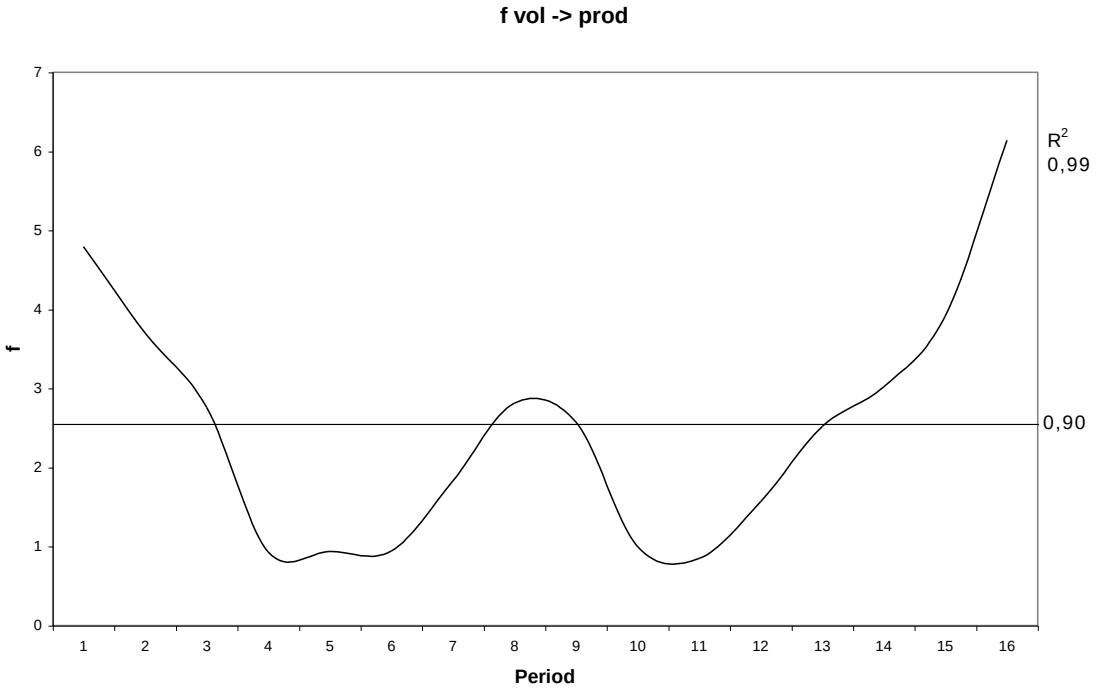


A tabela 9 e a figure 4 mostram que desemprego causa variabilidade por períodos mais longos que 16 meses e que a variabilidade causa desemprego por períodos de dois a três meses e também por períodos maiores que oito meses.

Table 10 - Spectral decomposition of causality: variability x industrial production

Frequency(λ)	Period	$f_{vol.\rightarrow prod}(\lambda)$ (month)	$R^2(\lambda)$
0.50	2.0	4.7965	0.99
0.47	2.1	3.6986	0.97
0.44	2.3	2.7615	0.93
0.41	2.5	0.9329	0.60
0.37	2.6	0.9375	0.61
0.34	2.9	0.9434	0.61
0.31	3.2	1.8291	0.84
0.28	3.5	2.8141	0.94
0.25	4.0	2.5716	0.92
0.22	4.6	0.9989	0.63
0.19	5.3	0.8476	0.57
0.16	6.4	1.5653	0.80
0.12	8.0	2.5183	0.92
0.09	10.6	3.0192	0.95
0.06	16.0	3.9144	0.98
0.03	32.0	6.1379	0.99

Figure 5 - Measures f vol -> prod



A tabela 10 e a figura 5 mostram causalidade unidirectional da variabilidade para a produção industrial por períodos de mais ou menos dois meses, com uma tendência de crescimento depois de 16 meses.

AGRADECIMENTOS

Este artigo é baseado na tese de doutorado do primeiro autor e na dissertação de mestrado do segundo autor, ambas sob supervisão do terceiro autor. Agradecemos à CAPES, ao CNPq e à EMBRAPA pelo apoio financeiro durante a realização do trabalho.

Appendix

O teste de Geweke (1982) é baseado no seguinte conjunto de equações para um processo estacionáro bivariado:

$$\begin{cases} X_t = \sum_{s=1}^{\infty} E_{1s} X_{t-s} + U_{1t} & \mathrm{Var}(U_{1t}) = \sigma_1^2 \quad (1) \\ Y_t = \sum_{s=1}^{\infty} G_{1s} Y_{t-s} + V_{1t} & \mathrm{Var}(V_{1t}) = \sigma_1^2 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_t = \sum_{s=1}^{\infty} E_{2s} X_{t-s} + \sum_{s=1}^{\infty} F_2 Y_{t-s} + U_{2t} & \mathrm{Var}(U_{1t}) = \sigma_2^2 \quad (3) \\ Y_t = \sum_{s=1}^{\infty} G_{1s} Y_{t-s} + \sum_{s=1}^{\infty} H_{2s} X_{t-s} + V_{2t} & \mathrm{Var}(V_{1t}) = \sigma_2^2 \quad (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_t = \sum_{s=1}^{\infty} E_{3s} X_{t-s} + \sum_{s=0}^{\infty} F_3 Y_{t-s} + U_{3t} & \mathrm{Var}(U_{1t}) = \sigma_3^2 \quad (5) \\ Y_t = \sum_{s=1}^{\infty} G_{3s} Y_{t-s} + \sum_{s=0}^{\infty} H_{3s} X_{t-s} + V_{3t} & \mathrm{Var}(V_{1t}) = \sigma_3^2 \quad (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_t = \sum_{s=1}^{\infty} E_{4s} X_{t-s} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_{4s} Y_{t-s} + U_{4t} & \mathrm{Var}(U_{1t}) = \sigma_4^2 \quad (7) \\ Y_t = \sum_{s=1}^{\infty} G_{4s} Y_{t-s} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} H_{4s} X_{t-s} + V_{4t} & \mathrm{Var}(V_{1t}) = \sigma_4^2 \quad (8) \end{cases}$$

sendo $\Omega = \mathrm{var}\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_2^2 & \eta \\ \eta & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$ e η a correlação contemporânea de U_{2t} e V_{2t}.

Com base nas variâncias residuais, as seguintes medidas de dependência linear são definidas

Medida 1 – causalidade unidirectional linear de Y para X

$$F_{Y \to X} = \ln\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$$

Measure 2 - causalidade unidirectional linear de X para Y

$$F_{Y\to X} = \ln\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$$

Medida 3 – realimentação linear instantânea

$$F_{X..\,Y} = \ln\left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2}\right)$$

Medida 4 – dependência linear total entre X e Y

$$F_{X..\,Y} = \ln\left(\frac{\sigma_2^2\delta_2^2}{\sigma_2^2\delta_2^2 - \eta^2}\right)$$

Temos os seguintes resultados.

i.$F_{X,Y} = F_{Y\to X} + F_{X\to Y} + F_{X.Y}$

2.As equações são estimadas por meio de mínimos quadrados, truncando-se no atraso p.

3.Os estimadores $n\hat{F}_{Y\to X} \sim \chi^2(p)$, $n\hat{F}_{X\to Y} \sim \chi^2(p)$, $n\hat{F}_{X.Y} \sim \chi^2(1)$ and $n\hat{F}_{X,Y} \sim \chi^2(2p+1)$if $\hat{F} = 0$.

Considere agora a decomposição de $F_{Y\to X}$ e $F_{X\to Y}$ na frequência. Busca-se funções não-negativas $f_{Y\to X}^{(\lambda)}$ e $f_{X\to Y}^{(\lambda)}$ tais que

$$F_{X\to Y} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f_{X\to Y}(\lambda)d\lambda$$

$$F_{Y\to X} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f_{Y\to X}(\lambda)d\lambda$$

A construção dessas funções é motivada pelo sistema de equações abaixo

$$\begin{bmatrix} E_2(L) & F_2(L) \\ H_3(L) & G_3(L) \end{bmatrix}\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{2t} \\ V_{2t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_3(L) & F_3(L) \\ H_2(L) & G_2(L) \end{bmatrix}\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{3t} \\ V_{2t} \end{pmatrix}$$

Obtido respectivamente a partir das equações (3) e (6), e (5) e (4), sendo $E_2(L) = 1 - \sum_{s=1}^{\infty} E_{2s} L^s$ etc.

Invertendo essas equações, obtém-se

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E^2(L) & F^2(L) \\ H^3(L) & G^3(L) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{2t} \\ V_{3t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E^3(L) & F^3(L) \\ H^2(L) & G^2(L) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{3t} \\ V_{3t} \end{pmatrix}.$$

A decomposição spectral é

$$S_X(\lambda) = \tilde{E}^2(\lambda)\sigma_2^2\tilde{H}^2(\lambda)' + \tilde{F}^2(\lambda)\delta_3^2\tilde{F}^2(\lambda)'$$
$$S_Y(\lambda) = \tilde{H}^2(\lambda)\sigma_3^2\tilde{H}^2(\lambda)' + \tilde{G}^2(\lambda)\delta_2^2\tilde{G}^2(\lambda)'$$

em que ~ denota a transformada de Fourier dos polinômios. A decomposição de causalidade é dada por:

$$f_{X\to Y}(\lambda) = \ln\left(\left|S_X(\lambda)\right| / \tilde{E}^2(\lambda)\sigma_2^2\tilde{E}^2(\lambda)'\right)$$
$$f_{Y\to X}(\lambda) = \ln\left(\left|S_Y(\lambda)\right| / \tilde{G}^2(\lambda)\delta_2^2\tilde{G}^2(\lambda)'\right)$$

Essas medidas são relacionadas ao R^2, o coeficiente de determinação da regressão múltipla de séries temporais apropridada, através das equações abaixo

$$R^2 = 1 - e^{-F}$$
$$R^2(\lambda) = 1 - e^{-f(\lambda)}$$

BIBLIOGRAFIA

Barbosa, F. H. - 1985 - Indexação e realimentação: a hipótese do caminho aleatório. Revista Brasileira de Economia, v. 39,4, pg. 423-436.

Berndt, E. K., Hall, B. H., Hall, R. E. and Hausman, J. A. - 1974 - Estimation inference in non-linear structural models. Annals of Economic and Social Measurement, nº 4, pg. 653-665.

Bolerslev, T. - 1986 - Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Economics, v. 31, pg. 307-327.

Bollerslev, T., Chou, R. Y. and Kroner, K. F. - 1992 - ARCH modelling in finance: a review of the theory empirical evidence. Journal of Econometrics, v. 52, pg. 5-59.

Cardoso, E. A. - 1983 - Indexação e acomodação monetária: um teste do processo inflacionário brasileiro. Revista Brasileira de Economia, v. 37, 1, pg. 3-11.

Chou, Y. R. - 1988 - Volatility persistence and stock valuations: some empirical evidence using GARCH. Journal of Applied Econometrics, v. 5, pg. 279-294.

Chowdhury, A. R. - 1991 - The relationship between the inflation rate and its variability: the issues reconsidered. Applied Economics, v. 23, pg. 993-103.

Chowdhury, A. R. - 1993 - Inflation and its variability: a replay. Applied Economics, v. 25, pg. 47-48.

Druck, S. – 1991- A Study of the Characteristic of the Brazilian Inflationary Process Using Time Series Models with Conditional Heroscedastic Variance. D.Sc. Thesis, Production Engineering Program, COPPE/UFRJ. (In Portuguese)

Emery, K. M. - 1993 - Inflation and its variability: an alternative specification. Applied Economics, v. 25, pg 43-46.

Engle, R. F. -1982 - Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kimgdon inflation. Econometrica, V. 50,4, pg. 987-1007.

Engle, R. F. - 1983 - Estimates of the variance of U. S. inflation based upon the ARCH model. Journal of money, Credit and Banking, 15,3, pg. 186-301.

Engle, R. F. and Bollerslev, T. - 1986 - Modelling the persistence of conditional variances. Econometric Reviews, v. 5, pg. 1-50.

Engle, R. F. and Kraft, D. F. - 1983 - Multiperiod forecast error variances of inflation estimated from ARCH models in A. Zellner, (Ed.) Applied Time Series Analysis of Economic Data. (Bureau of Censis), pg. 293-302.

Foster, E. - 1978 - The variability of inflation. Review of Economic and Statistics, v. 60, pg. 346-350.

Friedman, M. - 1977 - Nobel Lecture: Inflation and Unemployment. Journal of Political Economy, v. 85, pg. 451-472.

Geweke, C. N. J. - 1982 - Measurement of linear dependence and feedback between multiple time series (with discussion). Journal of the American Statistical Association, v. 77, pg. 304-324.

Gourieroux, C. - 1992 - Modeles ARCH et Applications Financieres. Economica, Paris.

Hausman, J. A. - 1978 - Specification test in Econometrics. Econometrica v. 46, pg. 1293-1301.

Loque, D. E. and Willet, T. D. - 1976 - A note on the relation between the rate and variability of inflation . Economica, 43, pg. 151-158.

Lucas, R. E. Jr. - 1973 - Some international evidence on output-inflation trade-offs. American Economic Review, v. 63, pg. 326-334.

Nelson, D. B. - 1990 - Stationarity and persistence in the GARCH(1,1) model. Econometric Theory, v. 6, pg.318-334.

Okun, A. M. - 1971 - The mirage of steady inflation. Brooklings Papers on Economic Activity, v. 2, pg. 485-498.

Pagan, A. R., Hall, A. D. and Trivedi, P. K. - 1983 - Assessing the variability of inflation. Review of Economic Studies, v. 50, pg. 585-596.

Phillips, P. C. B. and Perron, P. - 1988 - Testing for unit roots in time series regression. Biometrika, v. 75, pg. 335-346.

Santos, S.R. –1998- A Study of ARCH Models and the Brazilian Inflation. M.Sc. Thesis, Production Engineering Program, COPPE/UFRJ.

Weiss, A. A. - 1984 - ARMA models with ARCH errors. Journal of Time Series Analysis, v. 5,2, pg. 129-143